Ben – Alexander Bohnke (2008, modifiziert aus „Integrale Logik“)

REDUKTION VON QUANTOREN- AUF AUSSAGEN-LOGIK ?

1) These: Es gibt eine *Struktur-Übereinstimmung* von Aussagen- und Quantoren-Logik
2) These: Die *Quantoren-Logik* lässt sich nicht vollständig *aussagen-logisch* darstellen
3) These: „Alle X sind Y” lässt sich aussagen-logisch durch $X \rightarrow Y$ darstellen
4) These: „Einige X sind Y” lässt sich *nicht* aussagen-logisch darstellen
5) Übersicht

Abschließend zum Kapitel „Synthetische Relationen“ sei noch einmal ausführlich auf die Frage eingegangen: Lässt sich die Quantoren-Logik auf Aussagen-Logik reduzieren? Nun ist es trivial, dass die Aussagen-Logik nicht über *Individuen-Variablen* und *Prädikat-Variablen* und *Quantoren* verfügt. Aber entscheidend ist vielmehr die Frage, ob alle logischen Strukturen der Quantoren-Logik schon aussagen-logisch darzustellen sind. Konkret geht es darum: Lassen sich – quantitativ betrachtet – die Größen $p = 1$, $p < 1$, $p = 0$, $p > 0$ aussagen-logisch darstellen? Hierzu stelle ich vier Thesen auf:

1) These: Es gibt eine Struktur-Übereinstimmung von Aussagen- und Quantoren-Logik

Dabei sei zunächst auf das *logische Quadrat* vorgegriffen (vgl. 2-2-0-3):

alle	$^{+}\vert^{+}$	alle$\neg$
$\Downarrow$	$^{+}{>}{<}^{+}$	$\Downarrow$
einige	$^{+}\vee^{+}$	einige$\neg$

Dieses Quadrat gibt die logischen Relationen an, die zwischen *alle*, *einige* usw. herrschen. Dies sind 6 Relationen (weil das Zeichen $^{+}{>}{<}^{+}$ in der Mitte für beide Diagonalen steht).

Die obere Zeile wäre z. B. zu lesen: (alle X sind Y) $^{+}|^{+}$ (alle X sind nicht Y)

Natürlich könnte man dieses Quadrat auch *formal* mit Quantoren darstellen, aber aus Gründen der Vereinfachung verzichte ich hier darauf. Jedenfalls kann man das obige Quadrat als *quantoren-logisches* Quadrat auffassen.

Nun zeigt sich aber, dass die o. g. Relationen auch in einem *aussagen-logischen* Quadrat genau so aufzustellen sind:

$X \wedge Y$	$^{+}\vert^{+}$	$X \nabla Y$
$\Downarrow$	$^{+}{>}{<}^{+}$	$\Downarrow$
$X \vee Y$	$^{+}\vee^{+}$	$X \mid Y$

Zur besseren Anschaulichkeit wäre einzusetzen:
Für $X \mid Y$: $\neg X \vee \neg Y$ Für $X \nabla Y$: $\neg X \wedge \neg Y$

Es gibt also eine *strukturelle Übereinstimmung* zwischen Quantoren- und Aussagen-Logik.

2) These: Die *Quantoren-Logik* lässt sich nicht vollständig *aussagen-logisch* darstellen

Man könnte argumentieren: wenn sich die *Relationen* in den beiden Quadrate zur Deckung bringen lassen, dass müssten sich auch die einzelnen *Aussagen* in den Quadraten entsprechen (ich spreche hier bei „$X \wedge Y$“ usw. speziell von ‚Aussagen', weil sich sonst durch die doppelte Verwendung des Terminus ‚Relationen' Missverständnisse ergeben können).

Z. B. müsste gelten *quantoren-logisch*: alle X sind Y = aussagen-logisch: $X \wedge Y$
Die strukturelle Übereinstimmung ist aber grundsätzlich kein zwingender Beweis: Wenn zwischen zwei Netzen von Aussagen dieselben Relationen bestehen, so heißt das doch nicht, dass diese Aussagen bedeutungsgleich sind. Daher lässt sich auch die Quantoren-Logik nicht automatisch auf die (Verhältnisse der) Aussagen-Logik zurückführen. Meine These ist vielmehr, dass man die Quantoren-Logik nicht vollständig auf die Aussagen-Logik zurückführen kann. Zwar lässt sich „alle“ ($p = 1$) und „alle nicht“ ($p = 0$) weitgehend aussagen-logisch darstellen. Aber „einige“ ($p > 0$) und „einige nicht“ ($p < 1$) lässt sich nicht aussagen-logisch ausdrücken.

Ich werde Gründe aufzählen, die gegen diese These sprechen und versuchen, diese Gründe zu widerlegen. Dafür werden zwei Unterthesen aufgestellt.

3) These: „Alle X sind Y” lässt sich aussagen-logisch durch $X \rightarrow Y$ darstellen

Zu präzisieren ist: „Alle X sind Y” lässt sich aussagen-logisch darstellen, aber nicht durch die *Konjunktion* $X \wedge Y$, wie die obigen Quadrate nahe legen könnte, sondern durch die *Implikation* $X \rightarrow Y$.

Entsprechend lässt sich „Alle X sind nicht Y“ durch $\neg(X \rightarrow Y)$ darstellen (ich verweise auf die ausführliche Diskussion anderer Möglichkeiten, wie z. B. $X \rightarrow \neg Y$, die aber in jedem Fall die Implikation nutzen).

Man könnte für *aussagen-logisch* $X \rightarrow Y$ *quantoren-logisch* $\Lambda(X \rightarrow Y)$ schreiben, als Vereinfachung von $\Lambda x(Fx \rightarrow Gx)$.

Im Grunde macht schon die Übersetzung „X *und* Y“ deutlich, dass hier nicht eine Aussage „X ist Y“ ausgedrückt wird. Ich möchte daher darüber hinaus zunächst nur *ein* Argument gegen die Lösung $X \wedge Y$ anbringen. Für die Konjunktion gilt bekanntlich das *Vertauschungsgesetz*, also $X \wedge Y \Leftrightarrow Y \wedge X$. Demnach müsste gelten: „alle X sind Y“ $\Leftrightarrow$ „alle Y sind X“. Und dies ist ja offensichtlich falsch.

Dennoch ist es richtig, dass „alle“ etwas mit der *Konjunktion* zu tun hat. Das zeigt sich schon formal, dass das verbreitetste Symbol für den *All-Quantor* Λ dem Symbol für die Konjunktion, dem *Konjunktor* $\wedge$ entspricht.

Inhaltlich zeigt sich diese Verwandtschaft vor allem, wenn man die *quantoren-logische* Aussage in eine *prädikaten-logische* umformt:

$$\Lambda x(Fx \rightarrow Gx) \Leftrightarrow (Fx_1 \rightarrow Gx_1) \wedge (Fx_2 \rightarrow Gx_2) \wedge ... \wedge (Fx_n \rightarrow Gx_n)$$

Die *Konjunktion formt* zwar die Ganzheit („Allheit“), aber die *Kopula*-Information „ist ein ...“ wird eben durch die Implikation $\rightarrow$ ausgedrückt.

Bei *einfachen* Relationen wird nicht mit der Implikation gearbeitet, sondern die Relation zwischen x und F wird normalerweise gar nicht durch ein Zeichen gekennzeichnet, nur durch die Stellung von ‚x' und ‚F':

$$\Lambda x(Fx) \Leftrightarrow Fx_1 \wedge Fx_2 \wedge \ldots \wedge Fx_n$$

Auch hier wird die „Allheit" durch die Konjunktion $\wedge$ ausgedrückt, aber auch hier wird primäre die Information „x_1 hat die Eigenschaft F" usw. eben nicht durch das $\wedge$ ausgedrückt.

Doch zurück zu den wichtigeren *komplexen* Relationen:

Nun könnte man ja den prädikaten-logischen Ausdruck

$$(Fx_1 \rightarrow Gx_1) \wedge (Fx_2 \rightarrow Gx_2) \wedge ... \wedge (Fx_n \rightarrow Gx_n)$$

durch einen *vereinfachten* Ausdruck

$$(X_1 \rightarrow Y_1) \wedge (X_2 \rightarrow Y_2) \wedge ... \wedge (X_n \rightarrow Y_n)$$

ausdrücken. Man mag meinen, dies sei ein *aussagen-logischer* Ausdruck und damit sei die Reduktion doch geglückt.

Aber der *Index* 1, 2, ... , n, der die *natürlichen Zahlen* repräsentiert, steht eben gerade für „alle", er entspricht dem *Quantor* – und gehört somit nicht mehr zur Aussagen-Logik.

Konkrete Einwände gegen die 3) These:

1. *Einwand*: $X \rightarrow Y$ ist neutral

Man könnte behaupten, $X \rightarrow Y$ in der Aussagen-Logik ist neutral gegenüber Λ oder V.

Antwort: Richtig ist, in der *Quantoren-Logik* wird $X \rightarrow Y$ (bzw. $Fx \rightarrow Gx$) neutral verwandt, es wird erst durch die Quantoren Λ oder V in seiner Quantität bestimmt. In der *Aussagen-Logik* wäre das aber nicht möglich, denn dann hätte $X \rightarrow Y$ ja gar keinen klaren Aussagewert. Bei einem Satz wie ‚wenn es regnet, wird die Strasse nass' (formal $X \rightarrow Y$), meint man: „In *allen* Fällen (*immer*) wenn es regnet, wird die Straße nass". Nur so erklärt sich auch die Wahrheitstafel. Dagegen steht die Negation $\neg(X \rightarrow Y)$ für: „In keinem Fall gilt: wenn X, dann Y". Das ist auch bei den anderen Relatoren so, auch sie werden aussagen-logisch deterministisch verstanden, in der Quantität „alle" ($p = 1$). So ist $X \wedge Y$ zu verstehen als: „In *allen* Fällen gilt X und Y".

2. *Einwand*: $X \rightarrow Y$ ist singulär zu verstehen

Das lässt sich zunächst besser an einer Struktur wie $X \wedge Y$ erklären. Eine Aussage wie „Peter geht ins Kino und Hans geht ins Kino" könnte man durch $X \wedge Y$ ausdrücken. Nun mag man einwenden: „Peter geht ins Kino und Hans geht ins Kino" beschreibt ein *singuläres* Ereignis. Zwar mag es auch vorkommen, dass dieses Ereignis öfters auftritt, aber keinesfalls kann man von vorneherein behaupten, hier bestände eine *relative* Häufigkeit von $p = 1$, in dem Sinne: „Peter geht *immer* ins Kino und Hans geht *immer* ins Kino".

Antwort: Grundsätzlich könnte man diskutieren, ob bestimmte Satzstrukturen in der Tat eine *absolute* Häufigkeit und ggf. auch *Einmaligkeit* ausdrücken, also $q(X \wedge Y) = 1$; jedenfalls kann man durch Anfügen von Adverbien das so festlegen: z. B. „Peter geht *1mal* (*einmal*) ins Kino und Hans geht 1mal (einmal) ins Kino."

Aber wie ich schon oben erläutert habe: Bei einem *Wenn-dann-Satz* ist von vorneherein ein *All-Quantifizierung* gedacht (alle, immer, überall usw.). Zwar mag man das eingrenzen, z. B. *statistisch*: „Wenn X, dann mit 70% Wahrscheinlichkeit auch Y". Aber es macht wenig Sinn zu sagen: ‚E*inmal* gilt: wenn – dann', formal $q(X \rightarrow Y) = 1$.

Wenn überhaupt, dann wäre noch anzunehmen: $p(X \rightarrow Y) = r/n = 1/1$ (als nicht gekürzter Bruch zu verstehen). D. h.: „In *einem von einem* Fall gilt: Wenn X, dann Y". Dies wäre dann eine Aussage über die *relative Quantität* p, mit $r = 1$ und $n = 1$. Jedenfalls geht es bei „wenn X, dann auch Y" immer um die relative Quantität p.

3. *Einwand*: $X \rightarrow Y$ garantiert nicht die Existenz von X

Denn $\neg X \Rightarrow X \rightarrow Y$. $X \rightarrow Y$ ist auch wahr, wenn X falsch ist, anders gesagt, wenn gar kein X existiert. Somit kann man „alle X sind Y" nicht durch „$X \rightarrow Y$" wiedergeben, weil dies voraussetzt, dass X wahr ist. Bei $X \wedge Y$ ist dagegen gesichert, dass X wahr ist (und auch Y).

Antwort: Dieser Einwand hat eine gewisse Berechtigung, es geht hier um die *Existenz-Paradoxie* der Implikation, auf die schon vielfach eingegangen wurde. Daher entspricht die Implikation $X \rightarrow Y$ eben einer *negativen Konjunktion*, es gilt: $(X \rightarrow Y) \Leftrightarrow \neg(X \wedge \neg Y)$, was entsprechend auch keine Wahrheit von X impliziert. Wenn man diese Paradoxie vermeiden will, ist die angemessene Lösung aber nicht die Konjunktion $X \wedge Y$, sondern die *Positiv-Implikation* $X *\!\rightarrow Y$, die nur bei wahrem X definiert ist.

4. *Einwand*: $X \rightarrow Y$ ist nicht identisch mit $\Lambda(X \rightarrow Y)$
Wenn $X \rightarrow Y$ gleichbedeutend mit $\Lambda(X \rightarrow Y)$ ist, dann müssen die beiden Relationen auch dieselbe *Wahrheitstafel* haben. Zwar lässt sich für $\Lambda(X \rightarrow Y)$ nicht direkt eine Wahrheitstafel angeben, aber es wurde gezeigt, dass man für das quantoren-logische $\Lambda(X \rightarrow Y)$ die Relation $(X_1 \rightarrow Y_1) \wedge (X_2 \rightarrow Y_2) \wedge \ldots \wedge (X_n \rightarrow Y_n)$ einsetzen kann. $X \rightarrow Y$ hat in der Wahrheitstafel den 4-stelligen Verlauf + – + +. Es ist völlig offensichtlich, dass die Wahrheitstafeln von $X \rightarrow Y$ und $(X_1 \rightarrow Y_1) \wedge (X_2 \rightarrow Y_2) \wedge \ldots \wedge (X_n \rightarrow Y_n)$ nicht gleich sein können.

Antwort: In der Tat ist $X \rightarrow Y$ nur die *Grundstruktur* einer Relation $\Lambda(X \rightarrow Y)$. Der Quantitätsbegriff „alle“ ist primär *relativ* bestimmt (als 100 %), aber *absolut* quasi unbestimmt. „alle“ = n können z. B. 5 sein, 23, 1000 usw. Wenn man nun die genaue Wahrheitstafel für eine Relation „alle X sind Y“ angeben will, so fällt sie unterschiedlich aus, je nachdem, wie viel in diesem Fall „alle“ sind, also wie groß n ist. Bei n = 2 ergibt sich $(X_1 \rightarrow Y_1) \wedge (X_2 \rightarrow Y_2)$, mit dem 16-stelligen Wahrheitsverlauf + – + + – – – – + – + + + – + +. Bei n = 3 ergibt sich die Formel $(X_1 \rightarrow Y_1) \wedge (X_2 \rightarrow Y_2) \wedge (X_3 \rightarrow Y_3)$, mit einem 64-stelligen Wahrheitsverlauf.

So ist es also unmöglich, dass die Wahrheitstafel von $X \rightarrow Y$ gleichzeitig genau verschiedenen Wahrheitstafeln bei unterschiedlichem n entspricht. Die Wahrheitstafel von $X \rightarrow Y$ entspricht aber genau der Wahrheitstafel $X_1 \rightarrow Y_1$, also bei n = 1. Und „alle“ können im Extremfall auch nur *einer* sein, wenn die Klasse eben nur *ein* Element enthält: q(alle) ≥ 1. Entscheidend für alle ist eben, das gilt: p = 1, also n/n, 1/1, 2/2, 3/3 usw.

Fazit 3) These: „Alle X sind Y“ wird durch $X \rightarrow Y$ ausgedrückt, nicht durch $X \wedge Y$. $X \wedge Y$ steht für „in allen Fällen X und Y“, wie überhaupt die Relatoren so zu deuten sind, dass sie die betreffende Aussage für *alle* Fälle aussagen.

4) These: „Einige X sind Y” lässt sich nicht aussagen-logisch darstellen

Wenn sich „einige X sind Y“ nicht *aussagen-logisch* darstellen lässt, dann lässt sich ebenso „einige X sind *nicht* Y“ nicht aussagen-logisch darstellen und auch nicht die äquivalenten Aussagen „nicht alle X sind Y“ und „nicht alle X sind nicht Y“.

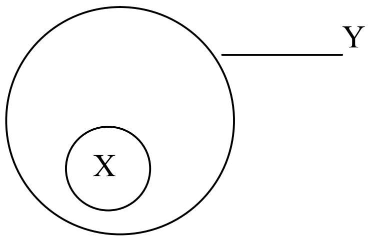
Ich will auch hier wieder verschiedene Einwände nennen und diese dann widerlegen:

1. *Einwand*: $X \vee Y$ bedeutet „einige X sind Y“
Dieser Einwand ist am gewichtigsten. Denn wie wir anfangs gesehen haben: Während im aussagen-logischen Quadrat $X \wedge Y$ anstatt von „alle“ steht, so steht $X \vee Y$ anstatt von „einige“. Und dort zeigt sich: $X \wedge Y$ und $X \vee Y$ stehen in derselben Relation zueinander wie „alle X sind Y“ und „einige X sind Y“. Außerdem entspricht *ein* Symbol für den *Partikulär-Quantor* (also den „einige“-Quantor), nämlich V, dem Symbol für das (inklusive) „oder“, nämlich $\vee$. Und schließlich verwendet man das $\vee$, wenn man die quantoren-logische Relation $V(X \rightarrow Y)$ in Prädikaten-Logik übersetzt: $(X_1 \rightarrow Y_1) \vee (X_2 \rightarrow Y_2) \vee \ldots \vee (X_n \rightarrow Y_n)$.

Antwort: Genau entsprechende Gründe lassen sich aber auch für die Gleichsetzung von „alle X sind Y“ mit $X \wedge Y$ anführen. Und ich habe anfangs gezeigt, dass man $X \wedge Y$ dennoch nicht mit „alle X sind Y“ identifizieren darf. Und genauso wenig darf man $X \vee Y$ mit „einige X sind Y“ gleichsetzen. Auch hier kann der Schluss „alle $\Rightarrow$ einige“ helfen. Da wir „alle X sind Y“ mit $X \rightarrow Y$ aussagen-logisch formalisiert haben, so müsste gelten: „$X \rightarrow Y \;\Rightarrow\; X \vee Y$“. Aber auch das ist kein *strenger* Schluss, sondern der Wahrheitsverlauf lautet: + + + –. Es gilt also nur der *partielle* Schluss: $X \rightarrow Y \longrightarrow X \vee Y$

2. *Einwand*: $X \rightarrow Y$ drückt auch „einige“ aus
Im normalsprachlichen Verständnis geht man davon aus:

„Wenn alle X auch Y sind, dann sind (wenigstens) einige Y auch X“



Wenn nun gilt: $X \rightarrow Y$ bedeutet „alle X sind Y“, dann müsste es zugleich bedeuten:
„Einige Y sind X“ (das hieße also: alle X sind Y $\Leftrightarrow$ einige Y sind X).
Folglich müsste das Umgekehrte für $Y \rightarrow X$ gelten. Fassen wir den Einwand zusammen. :
$X \rightarrow Y$ bedeutet:

alle X sind Y
einige Y sind X

$Y \rightarrow X$ bedeutet:

alle Y sind X
einige X sind Y

Antwort: Nun gilt in der Quantoren-Logik normalerweise: $\Lambda \Rightarrow V$, also: „Was für alle gilt, gilt auch notwendig für einige“. Dann müsste aber gelten:

$X \rightarrow Y$ (= alle X sind Y) $\Rightarrow$ $Y \rightarrow X$ (= einige X sind Y)

„$X \rightarrow Y \Rightarrow Y \rightarrow X$“ ist aber kein *strenger*, sondern nur ein *partieller* Schluss:

$(X \rightarrow Y)$	$\longrightarrow$	$(Y \rightarrow X)$
+	+	+
−	+	+
+	−	−
+	+	+

(Auch bei Verwendung der *Positiv-Implikation* $X \,{*}{\rightarrow}\, Y$ ergibt sich ein *partieller* Schluss.)
Außerdem, selbst wenn „$X \rightarrow Y \Rightarrow Y \rightarrow X$“ gelten würde, dann hieße das:

Erstens: alle X sind Y $\Rightarrow$ einige X sind Y
Aber auch zweitens: einige Y sind X $\Rightarrow$ alle Y sind X.

Dies ist aber wiederum kein *strenger*, sondern nur ein *semi-analytischer* Schluss.

3. *Einwand*: $\neg(X \rightarrow \neg Y)$ drückt „einige“ aus
Die Negation von „Alle X sind Y“ ist: „Nicht alle X sind nicht Y“. Daraus ergibt sich:
$X \rightarrow Y$: alle X sind Y
$\neg(X \rightarrow \neg Y)$: nicht alle X sind nicht Y = einige X sind Y
Antwort: $\neg(X \rightarrow \neg Y) \;\Leftrightarrow\; X \wedge Y$. Der obige Einwand hätte also zur Folge, dass „einige X sind Y“ gleich wäre mit „X und Y“. Das ist noch viel absurder, als dass – wie anfangs wider-

legt – „X und Y“ äquivalent mit „alle X sind Y“ sei. Es reicht *ein* Argument, um diesen Einwand zu widerlegen. $X \wedge Y \Rightarrow X \rightarrow Y$. Demnach müsste gelten: „einige X sind Y“ ⇒ „alle X sind Y“ (da wir ja $X \rightarrow Y$ mit „alle X sind Y“ gleichgesetzt haben). Auch dieser Schluss gilt natürlich in Wirklichkeit nicht *streng*, sondern nur *partiell*.

Bei Verwendung der *Positiv-Implikation* ergibt sich: $(X *\rightarrow Y) \Leftrightarrow \neg(X *\rightarrow \neg Y)$. Somit kann auch hier $\neg(X *\rightarrow \neg Y)$ nicht für „einige X sind Y“ stehen, denn dann wären „alle X sind Y und „einige X sind Y“ gleichbedeutend.

Fazit 4) These: „Einige X sind Y“ lässt sich aussagen-logisch nicht ausdrücken, es gibt keinen Relator, der „einige“ repräsentiert. Sondern man benötigt dafür Quantoren, Indizes oder numerische Angaben. Zwar werden in der Quantoren-Logik oft *unterschiedliche* Relatoren für All-Aussagen und Partikulär-Aussagen verwendet, aber eleganter ist, den gleichen Relator (z. B. $\rightarrow$) zu verwenden. Denn „einige X sind Y“ unterscheidet sich von „alle X sind Y“ nicht durch den *Relator*, sondern nur durch die *Quantität*. „Alle“ steht für $p = 1$, „einige“ steht für $p > 0$. Der Wert $p > 0$ ist aber aussagen-logisch nicht auszudrücken.

Kommen wir zurück zu 1) These: Die *Quantoren-Logik* lässt sich nicht vollständig *aussagen-logisch* darstellen. Auch diese These ist damit bestätigt.

Hintergrund ist der integrative Aufbau der Logik, wie er in der *Integralen Logik* dargelegt, präzisiert und erweitert wird:

- Aussagen-Logik: 2-wertig
- Quantoren-Logik 4-wertig (bzw. 6-wertig)
- Quantitäts-Logik: ∞-wertig

(Die Prädikaten-Logik lasse ich hier einmal beiseite, sie nimmt eine Zwischenposition ein.)

Dabei *enthält* jeweils die höhere Stufe die niedrigere in sich, *übersteigt* sie aber andererseits. So enthält die Quantoren-Logik die Aussagen-Logik, ist aber reicher als diese. Und die Quantitäts-Logik enthält die Quantoren-Logik, ist aber wiederum reicher als diese.

5) Überblick

Es folgen zwei *Übersichten*, für *einfache* Relationen und dann für *komplexe* Relationen:

Einfache Relationen

	Aussagen-Logik	Quantoren-Logik	Quantitäts-Logik
2-wertig			
1. alle	X	$\Lambda(X)$	$p(X) = 1$
2. alle nicht	$\neg X$	$\Lambda\neg(X)$	$p(X) = 0$
4-wertig			
1. alle	X	$\Lambda(X)$	$p(X) = 1$
2. alle nicht	$\neg X$	$\Lambda\neg(X)$	$p(X) = 0$
3. einige		$V(X)$	$p(X) > 0$
4. einige nicht		$V\neg(X)$	$p(X) < 1$
∞-wertig			$p(X) = r/n \quad 0 \leq r \leq n$

Oben, bei den *einfachen* Relationen, wird zwar die Grundproblematik „alle vs. einige“ deutlich. Aber hier sind gar keine *aussagen-logische Relatoren* beteiligt. Erst bei den *komplexen* Relationen, mit *Relatoren* wie dem Implikator $\rightarrow$, stellt sich das Problem wirklich. Und es zeigt sich: Man kann die *Kopula-Relation* „ist“ immer mit der *Implikation* formalisieren, und tut das auch am besten so. Die Unterschiede zwischen „alle“ und „einige“ haben mit dem Relator nichts zu tun.

Komplexe Relationen

	Aussagen-Logik	Quantoren-Logik	Quantitäts-Logik
2-wertig			
1. alle	$X \rightarrow Y$	$\Lambda(X \rightarrow Y)$	$p(X \rightarrow Y) = 1$
2. alle nicht	$\neg(X \rightarrow Y)$	$\Lambda\neg(X \rightarrow Y)$	$p(X \rightarrow Y) = 0$
4-wertig			
1. alle	$X \rightarrow Y$	$\Lambda(X \rightarrow Y)$	$p(X \rightarrow Y) = 1$
2. alle nicht	$\neg(X \rightarrow Y)$	$\Lambda\neg(X \rightarrow Y)$	$p(X \rightarrow Y) = 0$
3. einige		$V(X \rightarrow Y)$	$p(X \rightarrow Y) > 0$
4. einige nicht		$V\neg(X \rightarrow Y)$	$p(X \rightarrow Y) < 1$
∞-wertig			$p(X \rightarrow Y) = r/n \quad 0 \leq r \leq n$