Ben - Alexander Bohnke Köln, den 6.11.78

Einige Überlegungen zur logischen Analyse (des Beweises) der These der zweiten Antinomie in KANTS "Kritik der reinen Vernunft"

I) Aussagenlogische Analyse

Wie ich im Seminar bereits erläutert habe, hat der KANTISCHE Beweis (vereinfacht dargestellt) folgende aussagenlogische Struktur:

1) $(-A \ \& \ -B) \rightarrow C$	
2) $-C$	Behauptung
3) $-(-A \ \& \ -B)$	modus tollendo tollens 1,2
4) $A \vee B$	de Morgan 3
5) $-B$	Behauptung
6) A	modus tollendo ponens 4,5

Es handelt sich also um ein korrektes indirektes Schlußverfahren, wobei "A" die These und "-A" folglich die Antithese symbolisiert.

Selbstverständlich ist hiermit noch nicht ausgesagt, daß der KANTISCHE Beweis insgesamt gültig ist. Ganz abgesehen davon, daß das obige Schema eine sehr "gutwillige" Interpretation der KANTISCHEN Argumentation bedeutet, müßte dazu auch die Wahrheit der Behauptungen "-B" und "-C" gezeigt werden, sowie von "$(-A \ \& \ -B) \rightarrow C$", das nach KANT ein logischer Schluß sein soll, was sich aber aussagenlogisch nicht zeigen läßt. Zur genaueren Analyse sei deshalb eine quantorenlogische Formalisierung versucht.

II) Quantorenlogische Analyse

1) These

Man kann die KANTISCHE These in zwei Hauptsätze zerlegen:

A_1: "Eine jede zusammengesetzte Substanz in der Welt besteht aus einfachen Teilen"

A_2: "Es existiert überall nichts als das Einfache, oder das, was aus diesem zusammengesetzt ist"

Es stellt sich nun die Frage nach dem logischen Verhältnis

von A_1 und A_2. Vor allem gilt es hier zu überlegen, ob KANT tatsächlich A_1 und A_2 so unterscheiden wollte, daß A_1 sich nur auf Substanzen bezieht, A_2 dagegen auf alle Arten von Entitäten, wie man aus einer streng wörtlichen Analyse folgern müßte.
Diese Frage muß hier erst einmal offen gelassen werden; es sei nur darauf hingewiesen, daß wenn man A_1 und A_2 so auffaßt, daß sie sich beide auf Substanzen beziehen, und weiterhin annimmt, daß gilt: Ax(einfach x $\leftrightarrow$ -zusammengesetzt x), dann sind A_1 und A_2 logisch äquivalent, wie sich leicht zeigen läßt.
Es sei formalisiert:

A_1: "Ax((Substanz x & zusammengesetzt x) $\rightarrow$ zusammengesetzt aus einfachen Teilen x)"

rein formal:"Ax((Fx & Gx) $\rightarrow$ Hx)"

A_2: "Ax(Substanz x $\rightarrow$ (einfach x v zusammeng. aus einf. Teil.x))"

rein formal:"Ax(Fx $\rightarrow$ (-Gx v Hx))", wobei "-G" also für "nicht zusammengesetzt" steht

Da in A_1 und A_2 gleich quantifiziert wird, kann man die Quantoren weglassen und die Äquivalenz von A_1 und A_2 einfach durch die Wahrheitswertetafel zeigen:

(Fx & Gx) $\rightarrow$ Hx) $\Leftrightarrow$ (Fx $\rightarrow$ (-Gx v Hx))

w	w	w	w	w	w	w	w	fw	w	w
w	w	w	f	f	w	w	f	fw	f	f
w	f	f	w	w	w	w	w	wf	w	w
w	f	f	w	f	w	w	w	wf	w	f
f	f	w	w	w	w	f	w	fw	w	w
f	f	w	w	f	w	f	w	fw	f	f
f	f	f	w	w	w	f	w	wf	w	w
f	f	f	w	f	w	f	w	wf	w	f

2) Beweis: Aufweis eines logischen Fehlers

a) Für den Beweis verwendet KANT die Negation von A_1, allerdings die konträre und nicht die kontradiktorische Negation; auf die daraus resultierende Problematik wird noch kurz eingegangen werden. Es ergibt sich also (semiformal):
"Ax((Substanz x & zus. x) $\rightarrow$ -zus. aus einf. Teilen x)"
rein formal: "Ax((Fx & Gx) $\rightarrow$ -Hx)"

b) Als Zusatzhypothese verwendet KANT: "Wenn alle Zusammensetzung in Gedanken aufgehoben würde"; diese problematische Hypothese sei hier einfach formalisiert als:
"-Vx(zusammengesetzt x)" bzw. "-Vx(Gx)"
(im aussagenlogischen Modell als "-B" formalisiert)

c) Aus diesen beiden Aussagen folgert KANT dann: "So würde kein zusammengesetzter Teil und (...) auch kein einfacher, mithin gar nichts übrig bleiben, folglich keine Substanz sein gegeben worden". Selbst wenn man sich hier nur auf den schwächeren Nachsatz betr. Substanz bezieht und diesen als "-Vx(Substanz x)" bzw. "-Vx(Fx)" formalisiert (im aussagenlogischen Schema steht hier "C"), ist dieser Schluß ungültig; denn es läßt sich nur ableiten (allein aus b)), daß -Vx(Substanz x & zusammengesetzt x), also daß es keine zusammengesetzte Substanzen gibt, nicht aber, daß es überhaupt keine Substanzen gibt, da ja durchaus einfache Substanzen (die nicht Teile von zusammengesetzten Substanzen sind) existieren können.

Nun ist dieser logische Fehler (der den Beweis ja schon zu Fall bringen würde) so klar ersichtlich, daß man KANT wohl nicht unterstellen sollte, ihn übersehen zu haben. Es fragt sich daher, ob eine andere Interpretation der KANTISCHEN Argumentation möglich ist, bei der dieser Fehler nicht auftritt.

3) Beweis: Beseitigung des logischen Fehlers
In der Tat läßt sich der oben aufgezeigte logische Fehler leicht vermeiden, wenn man eine Zusatzhypothese heranzieht, die KANT zwar explizit nicht nennt, die aber wohl implizit seinen Überlegungen zugrunde liegt; man kann diese Hypothese semiformal darstellen als:
"Ax(einfache Substanz x → Teil einer zusammenges. Substanz x)"
Weiterhin benötigt man den aber unproblematischen (analytischen) Satz: "Vx(Teil einer zusammenges. Substanz x) →
Vy(Substanz y & zusammengesetzt y)"
Oben war aber gezeigt worden, daß sich ableiten läßt:
"-Vy(Substanz y & zusammengesetzt y)"
Dann folgt daraus also: "-Vx(Teil einer zusammenges. Substanz x)"
Aus diesem Satz und der genannten Zusatzhypothese
"Ax(einfache Substanz x → Teil einer zusammenges. Substanz x)"
kann logisch gefolgert werden:
"-Vx(Substanz x & einfach x)"
Aus "-Vx(Substanz x & einfach x)" und "-Vx(Substanz x & zusammengesetzt x)" ergibt sich aber (wenn man das Verhältnis von "einfach" und "zusammengesetzt" als kontradiktorisch begreift) "-Vx(Substanz x)", genau wie von KANT behauptet (und wenn man die Argumentation nicht auf Substanzen beschränken würde, könnte man in gleicher Weise folgern, daß gar nichts existierte).

4) Beweis: Modallogische Problematik

Gehen wir noch einmal zum aussagenlogischen Modell des Beweises zurück. Ich habe bisher gezeigt, wie KANT von "-A & -B" auf "C" schließt (wenn man die Zusatzhypothese einmal außer Acht läßt); dabei gilt ja:

"-A": "Ax((Substanz x & zus. x) → -zus. aus einf. Teilen x)"

"-B": "-Vx(zusammengesetzt x)"

Da "C" nun falsch ist (denn es gibt ja Substanzen), kann "A v B" gefolgert werden, d.h. quantorenlogisch "-Ax((Substanz x & zus. x) → -zus. aus einf. Teilen x) v Vx(zusammengesetzt x)"

(Hier ergibt sich wieder das Problem von der konträren vs. kontradiktorischen Antithese, worauf aber später eingegangen werden soll.)

KANT behauptet dann "-B" und folgert daraus logisch korrekt "A". Ein entscheidendes Problem ist hier aber die Art der Negation von "B". Ich hatte "B" ja formalisiert als "Vx(zusammengesetzt x)", "-B" somit als "-Vx(zusammenges. x)"; dieser Satz ist aber sicherlich falsch, so daß damit der Beweis ungültig würde.

Um KANTS Argumentation zu verdeutlichen, muß man nochmal zu dem Schluß "((-A & -B) → C) & -C ⇒ A v B" zurückkehren. KANT schließt hier nämlich nicht nur auf "A v B", sondern auf "N(A) v N(B)" ("N" ist Notwendigkeits-Operator), verwendet also modallogische Ausdrücke.

Inwieweit ein solches Vorgehen berechtigt ist, kann hier nicht im Einzelnen diskutiert werden; soviel sei nur gesagt: Wenn die behauptete Notwendigkeit nur als relative Notwendigkeit (in Relation zu den Prämissen) aufgefaßt wird, entstehen keine besonderen Schwierigkeiten. KANT faßt diese Notwendigkeit aber wohl als absolut auf, und das ist problematisch, denn es gilt zwar "N(A) ⇒ A", aber nicht das umgekehrte.

"B" wäre dann also nach KANT zu formalisieren:

"N(Vx(zusammengesetzt x))" bzw. "-M(-Vx(zusammengesetzt x))", folglich gilt für "-B":

"-N(Vx(zusammengesetzt x))" bzw. "M(-Vx(zusammengesetzt x))"

Bei dieser Interpretation kann man aber "-B" durchaus als wahr ansehen, jedenfalls wenn man es auf Substanzen bezieht,

für die nach KANT folgender Satz gilt:
"Ax(Substanz x→ -N(Teil einer zusammenges. Substanz x))"
Bei einer solchen Interpretation (von "-B") wäre dieser Beweisschritt also "gerettet".
Allerdings kollidiert die obige Bestimmung von Substanzen mit der in 3) benötigten Zusatzhypothese:
"Ax(einfache Substanz x → Teil einer zusammenges. Substanz x)"

4) Beweis: konträre gegen kontradiktorische Antithese
Hier gilt es noch auf einen weiteren, und zwar besonders gravierenden und eindeutigen Fehler des KANTISCHEN Beweises aufmerksam zu machen.
KANT verwendet in der These einen a-Satz der Form "Ax((Fx & Gx) → Hx)", in der Antithese aber den entsprechenden e-Satz "Ax((Fx & Gx) → -Hx)". Einander entsprechende a-Sätze und e-Sätze stehen aber nur in einem konträren, nicht in einem kontradiktorischen Gegensatzverhältnis; sie können zwar nicht beide wahr, aber beide falsch sein.
Man kann deshalb nicht in einem indirekten Beweisverfahren aus der Falschheit der Antithese auf die Wahrheit der These schließen.
Zwar könnte man einwenden, daß (nach traditioneller Auffassung) aus einem e-Satz ein o-Satz ableitbar ist, der dann mit dem entsprechenden a-Satz in einem kontradiktorischen Verhältnis steht. Aber KANT benötigt in seinem Beweis den e-Satz; er muß ja davon ausgehen, daß es keine zusammengesetzte Substanz gibt, die aus einfachen Teilen besteht. Würde er nur einen o-Satz verwenden, also "Vx(Substanz x & zusammengesetzt x & & -zusammengesetzt aus einfachen Teilen x)", so könnte der entsprechende i-Satz "Vx(Substanz x & zusammengesetzt x & zusammengesetzt aus einfachen Teilen x)" durchaus wahr sein, es wäre folglich nicht zu schließen, daß bei Aufhebung aller Zusammensetzung nichts mehr übrig bliebe und der ganze Beweis wäre hinfällig.

5) Beweis: abschließende Bemerkungen
Es sollte hier nicht versucht werden, den gesamten Beweis mit größter Präzision und Systematik logisch zu rekonstruieren, sondern anhand einiger Teilanalysen die Gültigkeit des Beweises zu prüfen. M.E. reichen diese Analysen aus, um den Beweis als insgesamt ungültig zu beurteilen, und zwar allein auf Grund logischer Fehler, unabhängig von Wahrheit oder Falschheit der Prämissen.